Université Abdou Moumouni de Niamey
Faculté des Sciences et Techniques

Année Académique 2021-2022
Section :Mines et Pétrole

Interpolation des fonctions

EXERCICE :1

Obtenir le polynôme de degré 2 passant par les points : $(1,2)$; $(2,6)$ et $(3,12)$. Utiliser la matrice de Vandermonde.

EXERCICE :2

Obtenir le polynôme P qui interpole les points $(0,2)$; $(1,1)$; $(2,2)$; et $(3,3)$.

EXERCICE :3

Soit les points suivants : $(0,0)$; $(1,2)$; $(2,36)$; $(3,252)$; $(4,1040)$.

1. Obtenir le polynôme de Lagrange passant par les trois premiers points.
2. Obtenir le polynôme de Lagrange passant par les quatre premiers points. Est-ce possible d'utiliser les calculs faits en 1 ?

EXERCICE :4

Calculer le polynôme d'interpolation passant par les points : $(0,0)$; $(1,3)$; $(3,1)$; $(5,2)$; $(8,2)$, en utilisant la formule de Newton.

EXERCICE :5

Soit une fonction $f(x)$ dont on connait la valeur en certains points : $(0,3)$; $(1,2)$; $(2,3)$; $(3,6)$; $(4,11)$; $(5,18)$.

1. Calculer la table des différences divisées. Montrer que les troisièmes différences divisées sont nulles.
2. Que conclure au sujet de la fonction $f(x)$?

EXERCICE :6

Montrer qu'il n'existe aucun polynôme P de $\mathbb{R}_3[X]$ tel que : $P(-1) = 1$; $P'(-1) = 1$; $P'(1) = 2$ et $P(2) = 1$.

EXERCICE :7

Étant donnés six réels x_1, a, b, c, d et e, on considère le tableau de différences divisées suivant :

x_k	$f(x_k)$	$f[x_k, x_{k+1}]$	$f[x_k, x_{k+1}, x_{k+2}]$	$f[x_k, x_{k+1}, x_{k+2}, x_{k+3}]$
$x_0 = 0$	1			
x_1	-1	1		
$x_2 = -1$	0	b	d	
$x_3 = 2$	a	c	e	$\frac{2}{3}$

1. Calculer x_1, a, b, c, d et e.
2. Donner dans la base de Newton le polynôme P_3 qui interpole les points $(0,1)$; $(x_1,-1)$; $(-1,0)$ et $(2,a)$.
3. On considère les fonctions suivantes definies sur $\mathbb{R}$:

$$f_1 : x \longmapsto \begin{cases} 2+9x^2 & si \quad x \geq 0 \\ 0 & sinon \end{cases}, \; f_2 : x \longmapsto \begin{cases} 0 & si \quad x \geq -1 \\ -3x^2 - x^3 & sinon \end{cases}$$

   Pour α, β deux réels, on définit la fonction $f : \; x \in \mathbb{R} \longmapsto \alpha f_1(x) + \beta f_2(x)$.
   Montrer que P_3 est le polynôme d'interpolation de f en x_0, x_1, x_2 et x_3 si et seulement si $\alpha = \frac{1}{2}$ et $\beta = \frac{1}{4}$.
4. Dans la suite, on supposera $\alpha = \frac{1}{2}$ et $\beta = \frac{1}{4}$.. Calculer dans la base de Newton le polynôme P_4 qui interpole les points $(0,1)$; $(x_1,-1)$; $(-1,0)$; $(2,a)$ et $(1,6)$.
   P_4 est-il le polynôme d'interpolation de f en 0, x_1, -1, 2 et 1.